

ISSN 0013-5860



*ЭЛЕКТРОТЕХНИКА*  
**2** 2014

# Математическое моделирование полного переходного сопротивления идеализированной сильноточной контактной системы электролизеров и электрических аппаратов

БЕЛЯЕВ В.Л., КУКЛЕВ Ю.В., ШАЛАГИНОВ А.А.

Предложена методика расчета полного переходного сопротивления идеализированной сильноточной контактной системы электролизеров с учетом искривления линий тока и термического сопротивления. Методика позволяет рассчитать полное переходное сопротивление с учетом различных параметров разнородных проводниковых материалов, чтобы правильно подобрать разнородные материалы и минимизировать электрические потери на межванной ошиновке.

**Ключевые слова:** электролизеры, сильноточная контактная система, полное переходное сопротивление.

Обследование межванных ошинок электролизеров ряда заводов химической промышленности показало неудовлетворительное состояние сильноточных контактных систем (СКС) [1]. Конструкция и технология обработки СКС нуждаются в коренном усовершенствовании. При улучшении качества указанных соединений необходимо знать то предельное значение сопротивления, которое может быть получено при усовершенствовании контактов. Соответствующая обработка контактных поверхностей СКС позволяет увеличить площадь контактных площадок. Наименьшее сопротивление достигается в идеальном случае, когда происходит чисто металлическое соединение. При этом контактной площадкой является вся поверхность контактирования (фактическая площадь контактирования становится равной условной линии тока) переходное сопротивление контакта, обусловленное стягиванием, исчезает.

В статье предлагается методика расчета полного переходного сопротивления идеализированной СКС электролизеров с учетом искривления линий тока и термического сопротивления. Методика позволяет определить полное переходное контактное сопротивление и подобрать контактные материалы с минимальными электрическими потерями на межвальной ошиновке.

**Математическое моделирование полного переходного сопротивления.** Рассмотрим участок цепи анод — ошиновка. На этом участке ток

*Design procedure of full transitive resistance idealised high-current contact system of electrolyzers in view of a curvature of lines of a current and thermal resistance is done. The procedure allows to calculate full transitive resistance in view of various parameters diverse conductor materials properly to pick up diverse materials and to minimize electric losses on contact connections.*

**Key words:** electrolyzers, high-current contact system, full transitive resistance, a design procedure.

преодолевают сопротивление металлов — титана, алюминия и меди, имеющих различную проводимость. Переход тока из титана в алюминий сопровождается заметными потерями, однако изучение происходящих здесь процессов затруднено в связи с необходимостью рассматривать трехмерное электрическое поле. К рассмотрению указанного явления предполагается перейти в дальнейшем. В настоящее время в задачу работы входит изучение СКС при переходе тока из алюминия в медь.

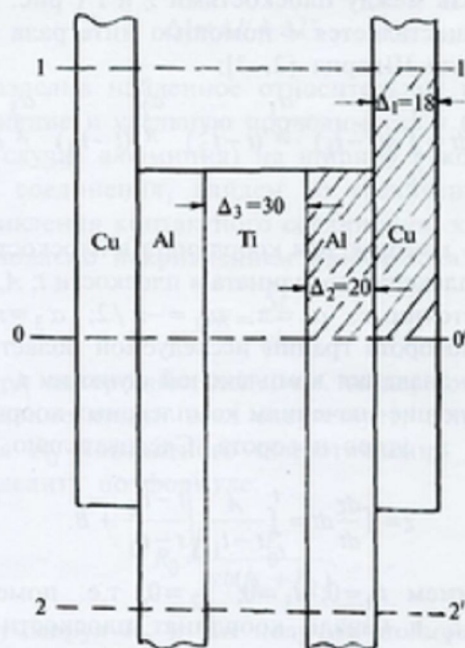


Рис. 1. Модель анодного контактного соединения

Рассмотрим идеализированное контактное соединение в области, ограниченной линиями 1-1' и 2-2' (рис. 1). Высокое удельное сопротивление титана по сравнению с алюминием и медью позволяет в первом приближении принять допущение об отсутствии тока в той части области, которая занята титаном. Сделанное допущение позволяет ограничиться рассмотрением области, изображенной на рис. 2,а. Указанная область содержит два проводника — медь и алюминий с различными удельными проводимостями. Определение электрического поля в такой неоднородной среде связано со значительными математическими трудностями, однако близость удельных проводимостей меди ( $\gamma_{\text{м}} = 5,6 \cdot 10^7$  См/м) и алюминия ( $\gamma_{\text{ал}} = 3,3 \cdot 10^7$  См/м) позволяет получить приближенное решение данной задачи. Заменяем анодную шину толщиной  $\Delta_1 = 18$  мм алюминиевой той же проводимости, толщиной  $h_1 = \Delta_1 \left( \frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{ал}}} \right) = 18 \left( \frac{5,6 \cdot 10^7}{3,3 \cdot 10^7} \right) = 30,5$  мм. Тогда получим однородную область из алюминия, изображенную на рис. 2,а. Половина указанной области, т.е. область ограниченная линиями 0-0' и 1-1', изображена на рис. 2,б.

Примем допущение, что поле на границе 0-0' и 1-1' однородно и воспользуемся методом многократных конформных преобразований.

Связь между плоскостями  $z$  и  $t$  (рис. 2,б и в) осуществляется с помощью интеграла Кристоффеля-Шварца [2, 3]:

$$z = \int \frac{dz}{dt} dt = \int_{t_0}^t A(t-t_1)^{\frac{\alpha_1}{\pi}} (t-t_2)^{\frac{\alpha_2}{\pi}} (t-t_3)^{\frac{\alpha_3}{\pi}} dt + B, \quad (1)$$

где  $z$  — комплексная координата в плоскости  $z$ ;  $t$  — комплексная координата в плоскости  $t$ ;  $A, B, t_0$  — постоянные;  $\alpha_1 = \pi$ ;  $\alpha_2 = -\pi/2$ ;  $\alpha_3 = \pi/2$  — углы поворота границ исследуемой области;  $t_1, t_2, t_3$  — значения комплексной функции  $t$ , соответствующие значениям комплексных координат  $z_1, z_2, z_3$  углов поворота. Следовательно,

$$z = \int \frac{dz}{dt} dt = \int_{t_0}^t \frac{A}{t-t_1} \sqrt{\frac{t-t_2}{t-t_3}} dt + B. \quad (2)$$

Примем  $t_0 = 0$ ;  $t_1 = 0$ ;  $z_2 = 0$ , т.е. поместим точку  $t_1$  в начало координат плоскости  $t$ , а точку  $z_2$  — в начало координат плоскости  $z$ . Примем:  $t_2 = 1$ . Тогда:

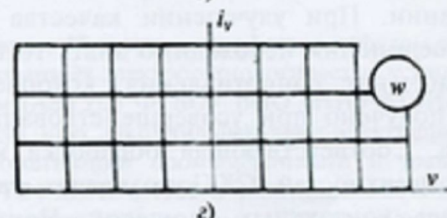
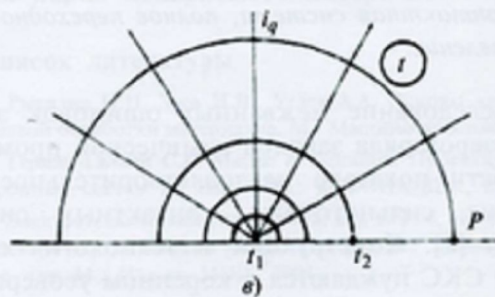
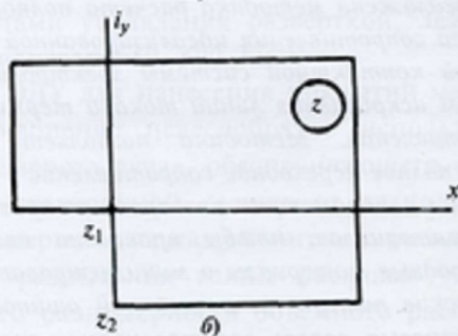
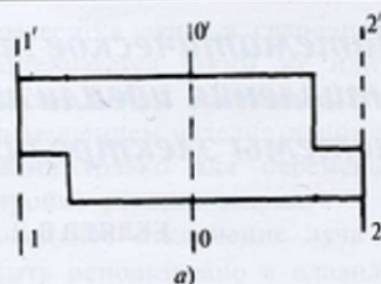


Рис. 2. К определению сопротивления идеализированной силовой контактной системы: модифицированное контактное соединение (а); плоскость  $z$  (б); плоскость  $t$  (в); плоскость  $w$  (г)

$$\begin{aligned} z &= \int_0^1 \frac{A}{t} \sqrt{\frac{t-1}{t-t_3}} dt + B = \\ &= \frac{h_1 + h_2}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{(h_1 + h_2)^2 + (2t-1)h_1^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} - \\ &\quad - \frac{h_1}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{(1-2t)(h_1 + h_2)^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} - jh_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь было учтено, что постоянные  $A = \frac{h_1 + h_2}{\pi}$ ,  $B = -jh_2$ ,  $t_3 = \frac{(h_1 + h_2)^2}{h_1^2}$  были найдены соответственно из граничных условий на  $-\infty$  и  $+\infty$ , а также из условия, что данный интеграл равен нулю при  $t=1$ . Также принято,

что  $h_1$  – высота области на линии 1–1', равная толщине медной модифицированной шины;  $h_2$  – толщина алюминиевой шины;  $h_1 + h_2$  – толщина модифицированного контактного соединения, равная высоте данной области на линии 0–0'. Условие однородности поля на 0–0' и 1–1' позволило продлить данную область до  $-\infty$  и  $+\infty$ .

Связь плоскости комплексного потенциала  $W = V + jU$  с плоскостью  $t$  осуществляется с помощью формулы [4]:

$$W = \frac{U_0}{\pi} \ln t, \quad (4)$$

где  $U_0$  – разность функций потока между верхним и нижним краем области, т.е. между краями модифицированного контактного соединения.

Приняв  $U_0 = 1$  из (4) получим

$$t = e^{\pi w}. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (3) получаем:

$$z = \frac{h_1 + h_2}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{(h_1 + h_2)^2 + (2e^{\pi w} - 1)h_1^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} - \frac{h_1}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{(1 - 2e^{\pi w})(h_1 + h_2)^2 + h_1^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} - jh_2. \quad (6)$$

При  $x \rightarrow \infty$  потенциал  $V \rightarrow \infty$  и координата  $x_1$  конца области:

$$x_1 \approx \frac{h_1 + h_2}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{2e^{\pi w} h_1^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} - \frac{h_1}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{(h_1 + h_2)^2 + h_1^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} \approx (h_1 + h_2)V + \frac{h_1 + h_2}{\pi} \ln \frac{2h_2^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} - \frac{h_1}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{(h_1 + h_2)^2 + h_1^2}{h_2(h_2 + 2h_1)}. \quad (7)$$

Если бы высота рассматриваемой области не менялась скачком от  $h_1$  до  $h_1 + h_2$ , а на всем протяжении была бы равной  $h_1 + h_2$ , то

$$x_1' = (h_1 + h_2)V. \quad (8)$$

Разность длин  $\Delta x_1 = x_1 - x_1'$  дает эффективное удлинение области, обусловленное скачкообразным изменением ее высоты

$$\Delta x_1 = x_1 - x_1' = \frac{h_1}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{(h_1 + h_2)^2 + h_1^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} - \frac{h_1 + h_2}{\pi} \ln \frac{4h_2^2}{h_2(h_2 + 2h_1)}. \quad (9)$$

Аналогичные преобразования при  $x \rightarrow -\infty$  и  $V \rightarrow -\infty$  позволяют получить эффективное удлинение области при отрицательных значениях  $x$  и  $V$  там, где высота области составляет  $h_1$ :

$$\Delta x_2 = x_2 - x_2' = \frac{h_1 + h_2}{\pi} \operatorname{Arch} \frac{(h_1 + h_2)^2 + h_1^2}{h_2(h_2 + 2h_1)} - \frac{h_1}{\pi} \ln \frac{4(h_1 + h_2)^2}{h_2(h_2 + 2h_1)}. \quad (10)$$

Полное удлинение  $\Delta l'$  области, отнесенное к толщине  $h_1 + h_2$  контактного соединения  $\Delta l' = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{h_1 + h_2}$  можно после преобразований

получить в следующем виде:

$$\Delta l' = \frac{1}{\pi} [\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3], \quad (11)$$

где  $\varphi_1 = \varphi_4 \ln \varphi_5$ ;  $\varphi_4 = \frac{1+k^2}{k}$ ;  $\varphi_5 = m + \sqrt{m^2 - 1}$ ;

$$m = \frac{1+k^2}{1-k^2}; k = \frac{h_1}{h_1 + h_2}; \varphi_2 = 2 \ln \left( \frac{4}{1-k^2} \right); \varphi_3 = 2 \ln k.$$

Выше было найдено относительное удлинение  $\Delta l'$  для области, ограниченной линиями 0–0' и 1–1'. Для того, чтобы найти соответствующее удлинение для области, ограниченной линиями 0–0 и 2–2, достаточно в приведенных выше выражениях заменить  $h_1$  на  $h_2$ . Суммируя  $\Delta l'$  и  $\Delta l''$ , получим полное относительное удлинение  $\Delta l$ :

$$\Delta l = \Delta l' + \Delta l''. \quad (12)$$

Разделив найденное относительное полное удлинение и удельную проводимость  $\gamma$  (в данном случае алюминия) на ширину  $b$  контактного соединения, найдем то увеличение сопротивления контактного соединения, которое обусловлено искривлением линий тока:

$$\Delta R = \frac{\Delta l}{\gamma b}. \quad (13)$$

При однородном поле, т.е. тогда, когда искривление линий тока отсутствует, сопротивление  $R_0$  контактного сопротивления можно определить по формуле:

$$R_0 = \frac{l}{\gamma b(h_1 + h_2)}. \quad (14)$$

Суммируя  $R_0$  и  $\Delta R$  получим полное переходное сопротивление контактного соединения с учетом искривления линий тока:

$$R = R_0 + \Delta R. \quad (15)$$

Выше в первом приближении не учитывался ток, протекающий по области, занятой титаном, ввиду его высокого удельного сопротивления. Для учета этого воспользуемся следующим приемом.

Примем толщину  $h_2$  равной

$$h_2 = \Delta_2 \left( 1 + \frac{\gamma_{\text{ти}} \Delta_3}{2\gamma_{\text{ал}}} \right), \quad (16)$$

где  $\Delta_2$  – толщина алюминиевого слоя;  $\Delta_3$  – толщина титанового анода;  $\gamma_{\text{ти}}$  – удельная проводимость титана;  $\gamma_{\text{ал}}$  – удельная проводимость алюминия.

После этого проделаем все вычисления, приведенные выше.

Данная задача усложняется, если учитывать тепловые процессы. При прохождении тока через контактную поверхность двух различных материалов, имеющих температуру  $T_1$  и  $T_2$ , происходит выделение тепла одним телом и поглощение его другим. Возникает так называемый эффект Пельтье, согласно, которому тепловые источники являются поверхностными. Мощность теплового потока будет пропорциональна току, т.е.

$$q = I^2 R_{\text{тер}} = \Pi_{12} I, \quad (17)$$

где  $\Pi_{12} = K_3 T$  – коэффициент Пельтье, выраженный через коэффициент Зеебека ( $K_3$ ) [5]. Отсюда имеем дополнительное термическое сопротивление

$$R_{\text{тер}} = \frac{K_3 T}{I}, \quad (18)$$

где  $T$  – температура которую можно принять как среднюю  $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$ .

Таким образом, полное переходное сопротивление будет равно

$$R_{\text{пер}} = R_0 + \Delta R + R_{\text{тер}}. \quad (19)$$

## Вывод

Получено аналитическое выражение позволяющее получить полное переходное сопротивление с учетом искривления линий тока и термического сопротивления без учета  $\gamma_{\text{м}} (T_1)$  и  $\gamma_{\text{ал}} (T_2)$ .

## Список литературы

1. Шалагинов А.А. Исследование состояния и разработка новых экономичных сильботочных контактных систем электролизеров химической промышленности / Промышленная энергетика. 2007. № 8. С. 12–16.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.Б. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
3. Зингерман А.С. Сопротивление тела контакта // Электричество. 1939. № 6. С. 67.
4. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. М.–Л.: Энергия, 1966.
5. Ким И., Омельченко В.Т., Харин С.Н. Математические модели тепловых процессов в электрических контактах. Алма-Ата: Наука, 1977.

**Беляев Владимир Львович** – профессор кафедры электротехники, электроэнергетики, электромеханики Национального минерально-сырьевого университета «Горный», доктор техн. наук. Окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения (ЛИАП) по специальности «Электрооборудование летательных аппаратов» в 1972 г. Защитил докторскую диссертацию по теме «Многоамперные электрические аппараты и токоведущие системы постоянного тока. Разработка основ теории и проектирования» по специальности «Электромеханика и электрические аппараты» в МЭИ (ТУ) в 2004 г.

**Куклев Юрий Васильевич** – доцент кафедры электротехники, электроэнергетики, электромеханики Национального минерально-сырьевого университета «Горный», канд. техн. наук. Окончил математико-механический факультет Ленинградского государственного университета (ЛГУ) по специальности «механика» в 1964 г. Защитил диссертацию в Ленинградском политехническом институте по теме «Газодинамические процессы в электрических аппаратах» по специальности «Электрические и электронные аппараты» в 1982 г.

**Шалагинов Алексей Анатольевич** – аспирант кафедры электротехники, электроэнергетики, электромеханики Национального минерально-сырьевого университета «Горный». Окончил энергетический факультет Северо-Западного заочного политехнического института в 1988 г. по специальности «Электрические аппараты».